



Jerzy GAJDEK

Geodeta uprawniony (1, 2, 4), absolwent Technikum Geodezyjnego w Jarosławiu i Wydziału GiK Politechniki Warszawskiej. Laureat konkursu „Dyplom dla Warszawy”. Pracował m. in. w przedsiębiorstwie budowlanym, biurze projektów, Technikum Geodezyjnym w Rzeszowie i jako st. wykładowca w Politechnice Rzeszowskiej, gdzie na Wydziale Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury założył Koło Naukowe Geodetów „GLOB”, będąc jego opiekunem przez 10 lat. Prowadził również działalność gospodarczą w ramach własnej Firmy „NADIR”. Autor 65 publikacji inżynierskich. Wyróżniony medalami: Komisji Edukacji Narodowej i Zasłużonym dla Politechniki Rzeszowskiej. Pracował też jako geodeta na dwóch kontraktach: w Rumunii i Algierii.

## Pomiar szczegółów terenowych I grupy dokładnościowej, w tym pomiar tzw. „czwartego narożnika” budynku

### List otwarty do Zespołu powołanego przez GGK Zarządzeniem nr 35 z 21 września 2018 r.

#### Prolog

Zadanie postawione przed Zespołem powołanym przez GGK zarządzeniem Nr 35 z dnia 21 września 2018 r. jest gigantyczne. Już w 2012 roku lista problemów i wyjaśnień zawarta w [13] była znaczna, a po upływie sześciu lat prawdopodobnie wzrosła wielokrotnie.

Ja w swoich publikacjach (23-Przegląd Geodezyjny, 11-GEODETA, reszta w miesięcznikach branży projektowo-budowlanej i materiałach odbytych konferencji naukowo-technicznych) wielokrotnie proponowałem sensowne, tak sądzę, rozwiązania zagadnień pomiarowych, których los, jak też wielu, bardzo wielu innych, kończył się w niebycie, co przedstawiłem w [7].

Marna to była satysfakcja, kiedy dopiero po całych dekadach niektóre propozycje materializowały się, o czym nadmieniam poniżej.

Obecnie chcę **szczególnie mocno zaakcentować** następującą propozycję – **wszystkie metody sytuacyjnych pomiarów terenowych wymienione w § 32 [2], można policzyć metodą najmniejszych kwadratów** (innymi słowy parametryczną, pośredniczącą). Zalety tych obliczeń są nie do przecenienia, ponieważ:

- korzystając z programu obliczeniowego, zadanie można obliczyć bez szczególnego wysiłku;

- zamierzając wcześniej w terenie pewne elementy liniowe, możemy obliczyć współrzędne punktów niewidocznych, nazwanych umownie w [1] „czwartymi narożnikami”;

- wszystkie obliczone współrzędne będą współrzędnymi wyrównanymi z rzeczywistymi błędami średnimi.

W dalszej części listu przytoczone są publikacje z obliczeniami, które każdy geodeta może osobiście sprawdzić. Natomiast w niniejszym liście przedstawiam korzyści, jakie możemy uzyskać, obliczając pomiar wykonany metodą ortogonalną przy pomocy metody najmniejszych kwadratów.

List ten powinien zachęcić do przedstawienia opinii naukowców z ośrodków akademickich kształcących młodych geodetów, naszych następców.

#### 1. Wprowadzenie

Do wystosowania listu upoważnia mnie kilka **faktów**, które przedstawiam poniżej:

**A.** Fakt, że musiałem czekać aż **1,5 dekady**, aby **metoda najmniejszych kwadratów (MNK)** została prawnie usankcjonowana w 2011 roku w [2], podczas gdy ja pisałem o tym już w 1995 roku [4–6,7]. Nie jestem pewien, czy aktualnie wszyscy członkowie Zespołu, powołanego Zarządzeniem Nr 35 przez GGK, biele posługują się programem(ami) do obliczeń MNK (ściśła), więc przeczytanie mojego artykułu „**Metoda ściśła – zmora czy błogosławieństwo, czyli o praktyce rozwijania pomiarowych osnów sytuacyjnych**” z *Przeglądu Geodezyjnego* [4-22], recenzowanego przez prof. dr. hab. inż. Witolda Prószyńskiego z WGIK Politechniki Warszawskiej, może odświeżyć niektórym członkom Zespołu sedno zagadnień związanych z MNK. Niejednokrotnie spotykałem się z lekceważącym stosunkiem do MNK ze strony geodetów, w tym piastujących nawet funkcje geodetów powiatowych, co mogło świadczyć o żadnej albo co najwyżej

o śladowej znajomości zagadnienia. Niech umieszczenie w spisie literatury [6] artykułu profesora W. Prószyńskiego będzie dla mnie pewnego rodzaju obroną i argumentem za stosowaniem MNK, **gdzie tylko będzie to możliwe**.

**B.** Fakt, że długość ciągów poligonowych określono na max. 3000 m [2-§ 20.3], podczas gdy możliwe są sytuacje, że takie ciągi mogą mieć na przykład, zważając na dopuszczalne błędy średnie ( $m_p \leq 0,10$  m) środkowych punktów ciągu, długość grubo poniżej 3000 m. Ponadto zdecydowano, że „ciągi wiszące” mogą składać się z nie więcej niż dwóch boków [2-§ 20.4].

W 2000 roku, czyli **1 dekadę** wcześniej, w miesięczniku *GEODETA* [4-17] zaproponowałem właściwsze określenie – „ciągi jednostronnie nawiązane”(CJN) i nielimitowaną liczbę boków, dopóki  $m_p$  końcowego punktu będzie  $\leq 0,10$  m. CJN zajmowałem się jeszcze w [4-16,18,20 i 21].

**C.** Fakt, że istnieje możliwość zmiany podejścia w obliczaniu współrzędnych i błędów średnich mierzonych szczegółów terenowych I grupy dokładnościowej. Dyskusja przedstawiona w [1] naświetlona będzie przez pryzmat przeprowadzonych eksperymentów i obliczeń, z których pierwsze wykonane zostały już w roku 2013 oraz 2016 – [4-52, 55, 56, 61].

**D.** Fakt, że musiały upłynąć też **1 dekada**, aby został odnotowany właściwy postęp w uzgadnianiu (aktualnie koordynacji) dokumentacji projektowej za pomocą środków komunikacji elektronicznej. Ja pisałem o takiej (pilnej) potrzebie w miesięczniku *GEODETA* [4-41]. Bardzo satysfakcjonującą informację o faktycznych już wdrożeniach przeczytałem w [5].

**Ad 1A. Metoda najmniejszych kwadratów (MNK) – nazywana też ściśłą, innymi słowy metoda parametryczna (pośrednicząca)**

Pomimo ofensywy technologii GNSS w zakresie pozycjonowania stanowisk pomiarowej osnowy sytuacyjnej (POS) [2-§ 17.1.2], **MNK będzie miała rację bytu i to w sposób znaczny**, o czym będzie w dalszej części listu. MNK w [2] sankcjonują w zakresie POS i POW zapisy [2-§ 18.1] i [2-§ 73.1].

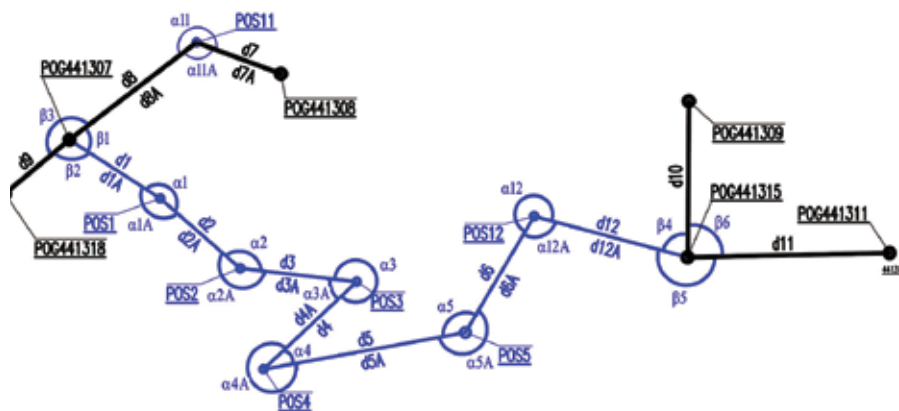
**MNK powinna:**

- minimalizować w zasadzie znaczenie prawa przenoszenia się błędów średnich Gaussa odnotowane w [2-§ 14] i [2-§ 70.1];
- zyskać **obligatoryjność** we wszelakich obliczeniach danych obserwacyjnych zgodnie z duchem „paragrafu 15” – [2-§ 15] **w zakresie obliczania współrzędnych i błędów średnich szczegółów terenowych I grupy dokładnościowej;**
- mieć realny, dużo większy udział w obliczeniach POW [2-§ 16.3]. Zakładam, że POS są w całej Polsce wyrównywane MNK;
- dać nowe spojrzenie na niwelację trygonometryczną [2-§ 16.1], w świetle tego, że do wyrównania MNK potrzebne są **przewyższenia i błędy średnie tych przewyższeń**. Na przewyższenie składają się cztery elementy, każdy realizowany z określonym błędem średnim. W publikacji [4-26] opisane są pomiary i obliczenia MNK dwóch eksperymentalnych ciągów niwelacji trygonometrycznej.

### Ad 1B. Ciągi poligonowe i ciągi jednostronnie nawiązane (CJN)

Ciągi poligonowe można wyróżnić MNK. Zgodnie z teorią środkowy punkt takiego ciągu będzie charakteryzował się największym błędem średnim, który powinien być  $\leq 0,10$  m. Nie ma więc potrzeby **limitować** ciągów poligonowych do 3000 m [2-§20.3]. Na dodatek podczas pomiaru takiego ciągu można niejednokrotnie wykonać obserwacje do odległych (choć nie tylko) punktów POG i później wykorzystać w procesie wyrównania MNK. W moim artykule [4-22] podane są przykłady niebanalnych rozwiązań POS, w tym CJN.

W 2000 roku GUGiK pracował nad nową wersją Instrukcji G-4. W tej instrukcji nie przewidywano CJN (ciągów wiszących). Stałem w ich obronie w [4-17]. Później powstały jeszcze opracowania [4-18, 20, 21]. **Ostatecznie CJN się obroniły**, co jest uwidocznione w [2-§ 20.4]. Mając na uwadze to, że moim pragnieniem jest przekonanie Zespołu powołanego przez GGK do tego, że CJN też nie musi mieć ograniczenia (w tym przypadku do dwóch boków), zagadnieniu CJN poświęcę szczególną uwagę – rys. 1.



Rys. 1

Artykuł [4-17] zawiera dane z eksperymentu przeprowadzonego przeze mnie, przy pomocy studentów Wydziału Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury Politechniki Rzeszowskiej. Zostały wykonane pomiary kątów i boków jak przedstawiono na rys. 1. Nawiązania stanowiły punkty III klasy. Wykonałem dwa warianty wyrównań MNK. W **wariantcie 1**, punkt III klasy 441315 został potraktowany jako punkt końcowy CJN. Wyliczając MNK współrzędne i błąd średni tego punktu na podstawie punktów nawiązania 441308, 441307, 441318 oraz wszystkich kątów sprzężonych i podwójnych odległości, tak błąd średni punktu 441315, jak i odchylenie liniowe (odległość ze współrzędnych wyrównanych CJN i współrzędnych katalogowych) wyniosły grubo poniżej 0,10 m. Podobnie było z wyliczeniami w **wariantcie 2**, gdzie punktem końcowym CJN był punkt III klasy 441307.

Przy okazji omawiania CJN, poruszę zagadnienie o minimalnej ilości punktów nawiązania. Rozporządzenie [2] przewiduje „wielopunktowe nawiązanie” do punktów poziomej osnowy geodezyjnej (POG) [2-§17.2.1]. Musimy jednak wiedzieć, jakie jest minimum w zakresie punktów nawiązania. To minimum, według mnie, powinno stanowić 3 punkty POG, **pod warunkiem wykazania**, że to są punkty **pewne**, nienaruszone przez człowieka, „niewydrukujące” z całym osuwiskiem czy mikroosuwiskiem. Obserwacje pomiędzy punktami nawiązania POG i zakładanymi punktami POS, powinny zagwarantować **wariantowanie** (po kolei wyłącza się w programie obliczeniowym 1 punkt nawiązania POG, co sprawia, że staje się punktem wyrównywanym) podczas obliczeń MNK, tak aby wykazać stałość tychże punktów POG. **Robięm to setki razy**.

W publikacji [11] sugeruję, że minimalna liczba punktów nawiązania powinna wynosić 4. Jednak po mojej powyższej sugestii, że punkty POG powinny być **zdiagnozowane**, optuję za tym, że minimalna liczba pewnych punktów nawiązania POG powinna wynosić 3. Koreluje to też z zapisem w dawnej Instrukcji Technicznej G-1 o minimalnej liczbie punktów nawiązania (§ 25).

Nie zawsze mamy ten komfort, że z punktu **wyjścia** (punktu POG III klasy) z CJN widzimy kolejne dwa punkty nawiązania. W przypadku przedstawionym na rys. 1 należało „sięgnąć” do trzeciego punktu POG, poprzez nowo założony punkt POS 11.

Oprócz błędów średnich obliczanej POS, w tym przypadku mamy do czynienia z CJN, bardzo istotnym jest **globalny wskaźnik niezawodności**  $z\%$  [10]:

$$z\% = (f/m) \times 100\% \quad (1) \quad - \quad z\% = (15 : 29) \times 100\% = 51,7\%$$

Gdzie:  $f$  = m-n ilość elementów nadwymiarowych (29-14=15)

$m$  – ilość obserwacji niezależnych [15 (kątów) + 14 (boków) = 29]

$n$  – ilość elementów (współrzędnych) wyznaczanych w sieci [7 (punktów) x 2 (współrzędne) = 14]

Profesor R. Kadaj uważa w [10], że przed procesem wyrównania sieci (w tym przypadku POS) nie jest wskazane uśrednianie pomiarów niezależnych (np. po pomiarze kąta  $\alpha_1$ , należy ponownie ustawić tachimetr nad punktem POS1 i pomierzyć kąt  $\alpha_{1A}$ , natomiast drugi niezależny pomiar odległości  $d_2$ , zapewni nam pomiar  $d_{2A}$  z punktu POS2), dlatego że ich naturalne wyniki „przenoszą” do procesu wyrównawczego cenną informację dokładnościową.

Sytuacja w terenie (Miasteczko Akademickie Politechniki Rzeszowskiej) wymusiła pomiar nie najbardziej korzystny dla efektów dokładnościowych. W praktyce należy dążyć do tego, aby CJN był w miarę prostoliniowy, po to aby osie wstęg wahań mierzonych długości i kątów przecinały się max. pod kątami prostymi. Zagadnienie wstęg wahań poruszyłem w artykule [11], wyjaśniając dlaczego na wcięciu wstecz poległo wielu geodetów. Pełny tekst publikacji [11] dostępny jest pod adresem [4].

Dla absolutnej pewności można do wyrównania MNK CJN włączyć punkty wiążące, będące jednocześnie mierzonymi szczegółami terenowymi I grupy dokładnościowej [4-21]. Ostatecznie, o ile będzie to możliwe, z końcowego punktu CJN można zamierzyć 1-2 pomierzone wcześniej szczegóły I grupy dokładnościowej.

**CJN są absolutnie niezbędne w praktyce pomiarowej**, zwłaszcza w budownictwie, gdzie mamy do czynienia z zabudową tworzącą podwórka skąd pozycjonowanie POS przy pomocy GNSS będzie praktycznie niemożliwe.

### Ad 1C. Metoda najmniejszych kwadratów (MNK) obligatoryjną w obliczaniu współrzędnych i błędów średnich mierzonych szczegółów terenowych I grupy dokładnościowej.

W zainicjowanej dyskusji w [1] Redaktor Naczelna *Przeglądu Geodezyjnego* sformułowała problemy, które są bardzo istotne dla wszystkich wykonawców. Generalnie chodzi o określenie współrzędnych i tym bardziej błędów średnich punktów niewidocznych, nazwanych umownie „czwartymi narożnikami”, dla których niezbyt ekonomicznym zagadnieniem byłoby założenie takiej liczby punktów POS, aby „sięgnąć” bezpośrednio do każdego szczegółu (punktu).

Z odsieczą przyjść może, co udowodniłem w artykule [8], **metoda najmniejszych kwadratów**. Nie dość, że łatwo i przyjemnie obliczamy współrzędne niewidocznych punktów, to wskazujemy na **najwyższą półkę** z obliczeniem błędów średnich tych punktów. Możemy zamienić prawo przenoszenia się błędów średnich Gaussa na obliczanie tych błędów w **procesie wyrównania MNK**. Przypominam z [2-§ 33.2] wzór na błąd średni mierzzonego punktu metodą biegunową:

$$m_{P(pom)} = \sqrt{m_d^2 + d^2 x m_\alpha^2 / \rho^2} \quad (2)$$

Wzór na błąd średni punktu pomierzonego metodą ortogonalną, rzadko teraz stosowaną, został w [2] przegapiony. Przedstawiam go poniżej, korzystając z ekspertyzy dr. inż. Adama Daskocza [9].

$$m_{P(pom)} = \sqrt{m_l^2 + m_h^2 + l^2 x m_\gamma^2 / \rho^2} \quad (3)$$

gdzie:  $l$  – odcięte (miary bieżące),  $h$  – rzędne (długości domiarów),  $m_\gamma$  – błąd wyznaczenia kąta prostego  $\gamma$ .

Z kolei trzecia metoda pomiaru sytuacyjnego wcięcia [2-§ 32.3] jest ogólnie zawiła w materii określania błędów średnich za pomocą prawa przenoszenia się błędów średnich Gaussa.

Wszystkie wymienione powyżej metody, **nieznana jest mi ani jedna propozycja innego autora, można policzyć MNK**. W *Przeglądzie Geodezyjnym* [8] zaprezentowałem przykłady wyliczone programem C-GEO. Przykłady są niezbyt obszerne, więc każdy geodeta może „wklepać” dane do posiadanego programu i sprawdzić moją propozycję. Kluczową rolę w obliczeniach grają **miary czołowe**. Nareszcie mogą być „skonsumowane” w procesie obliczeń MNK.

Obliczenia MNK pomiarów wykonanych **metodą biegunową** są jeszcze przedstawione:

- w miesięczniku *GEODETA* [4-55] w artykule „Odległość budynku od granicy”;
- w Monografii Wydziału Inżynierii Lądowej Politechniki Warszawskiej [4-56] w artykule „Techniczne i ekonomiczne aspekty inwentaryzacji powykonawczej budynku technologią skaningu laserowego”;
- w dwumiesięczniku *Magazyn Nowa Geodezja w Praktyce* [4-57] w artykule „Budynki a kataster 3D”;
- w miesięczniku *Przegląd Geodezyjny* [4-61] w artykule „Dokładność inwentaryzacji obiektów budowlanych technologią skaningu laserowego”.

**Szczególnie polecam analizie niedawno opublikowany artykuł w *Przeglądzie Geodezyjnym*, dostępny pod adresem [4-61],** gdzie na rys. 10 przedstawiono punkty wiążące (zamarkowane tymczasowo), z których wykonano pomiary liniowe do punktów niewidocznych („czwartych narożników”) i widocznych czołówek, które nie stanowiły pomiaru kontrolnego, jak to miało miejsce w dotychczasowej praktyce, tylko zostały „skonsumowane” w procesie wyrównania MNK, a po wyrównaniu analizowane były uważnie poprawki do tych czołówek. Łączne wyrównanie MNK dało imponujący rezultat – błędy średnie 44 punktów opisujących budynek zawierało się w granicach  $0,005 \text{ m} \leq m_{p(\text{pom})} \leq 0,011 \text{ m}$ . Oczywiście punkty wiążące (można też powiedzieć „znikające punkty”) też w procesie wyrównania otrzymały współrzędne wyrównane z błędami średnimi. Sądzę, że przedstawiony sposób wyliczenia współrzędnych i błędów średnich widocznych i niewidocznych punktów I grupy dokładnościowej spełnił sugestie pana Mirosława Puzi o fantazji i pomysłowości w rozwiązaniu problemów przedstawionych przez Redaktor Naczelną panią dr inż. Ludmiłę Pietrzak w [1]. Należy zauważyć, że przedstawiony sposób **wyrównania** (nie zwykłego obliczenia) współrzędnych i błędów średnich mierzonych szczegółów terenowych I grupy dokładnościowej może spełnić wizjonerską koncepcję niedawno zmarłego profesora Stanisława Latosia zawartą w *Przeglądzie Geodezyjnym* 3/2000, **aby znakom i punktom granicznym nadać status grupy „0”** (zerowej) o błędzie średnim  $m_p \leq 0,05 \text{ m}$  w stosunku do POG (punktów III klasy). Jest to zupełnie możliwe, co właśnie udowodniłem, mierząc z Naukowym Kołem Geodetów „GL@B” Politechniki Rzeszowskiej jej flagowy budynek „V” [4-61].

**Ponadto bardzo ciekawe dane zawiera tabela 1 w tym tekście.**

Natomiast stresującym wyzwaniem było dla mnie zadanie polegające na wyrównaniu MNK pomiaru ortogonalnego. W końcu nastąpiło, można to tak nazwać, olśnienie i problem został rozwiązany. Rzutując na hipotetyczną linię pomiarową A-B [2-§ 34.2], punkt P „mierzymy” niejako pryzmatem na punkcie zrzutowanym P' **dwie kąty**: prosty i półpełny, wtyczając się tymże samym pryzmatem na prostą A-B. Przykład obliczenia MNK pomiaru ortogonalnego wraz z przypadkiem szczególnym (punkty na prostej) przedstawiłem w [8]. Uważam jednak, że trzeba jeszcze raz zaprezentować obliczenia współrzędnych pomierzonych punktów metodą ortogonalną z danych archiwalnych, tradycyjnie bez wyrównania i MNK, ponieważ prawdopodobnie nikt jeszcze nie wyliczał pomiaru ortogonalnego metodą najmniejszych kwadratów.

Zdaję sobie sprawę z tego, że metoda ortogonalna od dawna uważana jest za **zamierzchłą**, ale możliwe będą sytuacje, kiedy ze względu na **uwarunkowania terenowe, kombinacja** – stanowiska POS wyznaczone technologią GNSS a pomiar wykonany metodą ortogonalną, będzie optymalnym wariantem wykonania zadania pomiarowego. Ponadto możemy mieć do czynienia z koniecznością policzenia pomiaru wykonanego metodą ortogonalną z danych archiwalnych w związku z zagadnieniami związanymi z ewidencją gruntów i budynków. Dzięki życzliwości geodety powiatu Busko Zdrój – pana Henryka Krzyżańskiego otrzymałem kilka szkiców i współrzędne osnowy (w układzie lokalnym) z pomiarów ortogonalnych wykonanych w 1975 roku. Skorzystałem ze szkicu, gdzie miałem po kolei trzy budynki z przysłowiowymi „czwartymi narożnikami”, czyli punktami niewidocznymi do bezpośredniego pomiaru (punkty 4, 8 i 12), co jest zaprezentowane na rys. 2.

I tak :

1. Opcją obliczenia „ortogonalne” w pakiecie programów C-GEO określone zostały współrzędne 9 punktów (1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10 i 11), jako konstrukcje jednoznacznie wyznaczalne, z błędami średnimi obliczonymi na podstawie prawa przenoszenia się błędów średnich Gaussa (wzór 3), zgodnie z zaproponowanymi przez twórcę programu błędami średnimi:  $m_x=0,01 \text{ m}$ ,  $m_y=0,01 \text{ m}$  i  $m_z=0,11^\circ$ . Porównanie miar czołowych pomierzonych z obliczonymi ze współrzędnych o różnicach: **9 cm, 9 cm, 5 cm, 10 cm, 7 cm i 11 cm** zupełnie nie koreluje z obliczonymi błędami średnimi. Dodać należy, że obliczona została maksymalna odchyłka liniowa „ $fl$ ” = 0,125 m zgodnie z [2-§ 34.6.1]. Natomiast rzeczywista odchyłka liniowa  $fl$  z prezentowanego przykładu wyniosła 0,043 m.

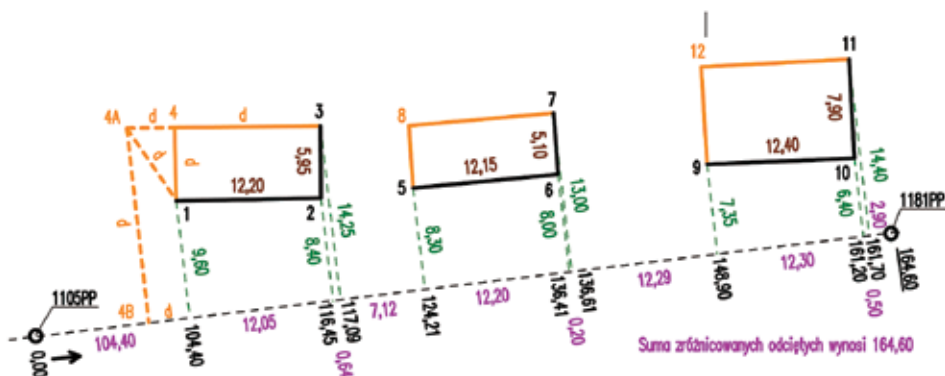
2. Obliczenie MNK współrzędnych i jednocześnie błędów średnich 9 wspomnianych powyżej punktów (uwidocznionych na rys. 2) przyniosło następujące rezultaty:

- a) **znacznie** zostały zmniejszone różnice pomiędzy miarami czołowymi pomierzonymi a obliczonymi ze współrzędnych obliczonych MNK. Wynoszą one teraz odpowiednio: **2 cm, 0 cm, 1 cm, 1 cm, 2 cm i 4 cm**;
- b) obliczone błędy średnie są realistyczne i zawierają się w granicach 0,14 m – 0,06 m, przy czym sześć na dziewięć z obliczonych punktów charakteryzuje się błędami średnimi w granicy do 0,10 m, co w sumie jest bardzo dobrym rezultatem;
- c) średnie odchylenie liniowe **mierzonych punktów**, polegające na obliczeniu odległości ze współrzędnych obliczonych tradycyjnie i współrzędnych wyrównanych MNK wynosi 0,046 m.

Natomiast analiza poprawek do kątów wyznaczonych („pomierzonych”) pryzmatem wskazuje, że do tych pomiarów użyto pryzmatu o dokładności 6'(11°).

Kończąc omawianie zagadnienia pomiarów ortogonalnych z 1975 roku, trzeba zauważyć, że uderza na mierzonych budynkach brak pomiarów dwóch pozostałych miar czołowych. Widocznie uważano, że aby wykreślić pozostałe dwie ściany budynku wystarczy poprowadzić dwie równoległe proste do pomierzonych ścian z trzema widocznymi punktami i dwoma pomierzonymi miarami czołowymi.

Współcześnie wymaga się, aby wszystkie punkty (łącznie z niewidocznymi z danej POS, niezależnie od metody pomiaru) opisujące szczegóły I grupy dokładnościowej miały właściwie określone współrzędne z prawidłowo wyznaczonymi błędami średnimi. W omawianym przypadku, patrząc na budynek z lewej części rys. 2, **wystarczy pomierzyć szereg miar liniowych „d”** (punkt 4A powinien leżeć na przedłużeniu prostej 3-4, a punkt 4B powinien być rzutem tego punktu na prostą pomiarową) i wstawić je do **tabeli 5**, aby po wykonaniu obliczeń mieć współrzędne „czwartego narożnika” z najprawdźwierszym błędem średnim. Wszystko to da się obliczyć bez zbędnego wysiłku metodą najmniejszych kwadratów **zarezerwowaną jak na razie do obliczeń osnów wszelkiego rodzaju**. I to jest moja odpowiedź na pomiar „czwartego narożnika” zastępująca wypowiedzi wszystkich trzech panów biorących udział w dyskusji zamieszczonej w [1]. Dla ścisłości trzeba zauważyć, że najbliższą pełnej odpowiedzi był prof. Marek Woźniak, gdyby dodał, że te pomiary mimośrodowe z dodatkowymi liniami pomiarowymi należy wyrównywać z pomiarami bezpośrednimi do danych punktów wraz z miarami czołowymi **metodą najmniejszych kwadratów**.



Rys. 2



## WYRÓWNANIE ŚCISŁE

(metodą najmniejszych kwadratów)  
Ilość obserwacji nadliczbowych: 7

Tabela 1. PUNKTY NAWIĄZANIA  
m0= 1.2; Układ: Lokalny

Numer	X	Y	mx	my	mp
1105PP	7659.960	6553.130	0.000	0.000	0.000
1181PP	7679.190	6716.560	0.000	0.000	0.000

Tabela 2. WSPÓŁRZĘDNE PRZYBLIŻONE

Numer	X	Y	mx	my	mp
1A	7681.689	6655.666	0.016	0.016	0.022
2A	7681.905	6667.771	0.010	0.010	0.014
3A	7687.768	6667.725	0.010	0.010	0.014
5A	7682.712	6675.487	0.010	0.010	0.014
6A	7683.840	6687.636	0.010	0.010	0.014
7A	7688.828	6687.250	0.010	0.010	0.014
9A	7684.654	6700.113	0.010	0.010	0.014
10A	7685.147	6712.436	0.010	0.010	0.014
11A	7693.149	6711.998	0.010	0.010	0.014
1B	7672.160	6656.815	0.010	0.010	0.014
2B	7673.568	6668.782	0.010	0.010	0.014
3B	7673.643	6669.418	0.010	0.010	0.014
5B	7674.475	6676.489	0.010	0.010	0.014
6B	7675.901	6688.605	0.010	0.010	0.014
7B	7675.924	6688.804	0.010	0.010	0.014
9B	7677.360	6701.010	0.010	0.010	0.014
10B	7678.798	6713.226	0.010	0.010	0.014
11B	7678.856	6713.722	0.010	0.010	0.014

Tabela 3. WSPÓŁRZĘDNE WYRÓWNANE

Numer	X wyr.	Y wyr.	mx	my	mp	A	B	Az A
1A	7681.749	6655.655	0.131	0.050	0.140	0.132	0.046	189.8992
2A	7681.859	6667.832	0.088	0.050	0.101	0.089	0.049	191.6332
3A	7687.808	6667.750	0.089	0.075	0.116	0.091	0.072	174.0894
5A	7682.707	6675.524	0.112	0.062	0.128	0.113	0.060	189.6991
6A	7683.801	6687.639	0.066	0.061	0.090	0.067	0.060	182.4635
7A	7688.877	6687.240	0.066	0.073	0.098	0.073	0.066	115.3320
9A	7684.661	6700.094	0.062	0.054	0.082	0.062	0.054	195.9405
10A	7685.190	6712.458	0.032	0.051	0.060	0.051	0.032	93.4351
11A	7693.114	6712.005	0.032	0.062	0.070	0.062	0.032	93.8895
								Punkty zrzu- towane na prostą pomiarową
1B	7672.215	6656.801	0.126	0.038	0.132	0.127	0.036	192.9404
2B	7673.518	6668.796	0.088	0.045	0.099	0.089	0.045	195.3608
3B	7673.654	6669.417	0.089	0.053	0.104	0.089	0.052	194.1942
5B	7674.463	6676.484	0.106	0.057	0.121	0.107	0.056	193.5747
6B	7675.864	6688.580	0.065	0.057	0.086	0.065	0.057	195.5149
7B	7675.958	6688.764	0.065	0.056	0.085	0.065	0.056	193.6605
9B	7677.361	6700.966	0.050	0.051	0.072	0.052	0.050	68.3165
10B	7678.798	6713.200	0.013	0.047	0.048	0.047	0.011	92.5805
11B	7678.849	6713.687	0.011	0.035	0.037	0.036	0.010	92.5489

Tabela 4. KĄTY

L	C	P	Kąt	mK	popr.	Kąt wyr.	mK w
1105PP	1B	1A	100.0000	0.1800	-0.1227	99.8773	0.2015
1105PP	1B	1181PP	200.0000	0.1800	0.0935	200.0935	0.2120
1105PP	2B	2A	100.0000	0.1800	0.1068	100.1068	0.2071
1105PP	2B	1181PP	200.0000	0.1800	-0.0963	199.9037	0.1655
1105PP	3B	3A	100.0000	0.1800	0.0010	100.0010	0.2257
1105PP	3B	1181PP	200.0000	0.1800	0.0212	200.0212	0.1686
1105PP	5B	5A	100.0000	0.1800	0.0709	100.0709	0.2028
1105PP	5B	1181PP	200.0000	0.1800	-0.0238	199.9762	0.2234
1105PP	6B	6A	100.0000	0.1800	-0.0700	99.9300	0.2045
1105PP	6B	1181PP	200.0000	0.1800	-0.0908	199.9092	0.1768
1105PP	7B	7A	100.0000	0.1800	0.0026	100.0026	0.2258
1105PP	7B	1181PP	200.0000	0.1800	0.1066	200.1066	0.1779
1105PP	9B	9A	100.0000	0.1800	-0.1056	99.8944	0.2055
1105PP	9B	1181PP	200.0000	0.1800	0.0258	200.0258	0.2247
1105PP	10B	10A	100.0000	0.1800	0.1011	100.1011	0.2105
1105PP	10B	1181PP	200.0000	0.1800	0.0627	200.0627	0.2224
1105PP	11B	11A	100.0000	0.1800	-0.0196	99.9804	0.2255
1105PP	11B	1181PP	200.0000	0.1800	-0.0581	199.9419	0.2233

Tabela 5. ODLEGŁOŚCI

P	K	D	mD	D zred.	popr.	D wyr.	mD w	
1105PP	1B	104.400	0.030	104.4000	-0.007	104.393	0.036	
	1B	2B	12.050	0.030	12.0500	0.0152	12.065	0.031
	2B	3B	0.640	0.030	0.6400	-0.007	0.633	0.035
	3B	5B	7.120	0.030	7.1200	-0.007	7.113	0.036
	5B	6B	12.200	0.030	12.2000	-0.022	12.178	0.030
	6B	7B	0.200	0.030	0.2000	-0.007	0.193	0.036
	7B	9B	12.290	0.030	12.2900	-0.007	12.283	0.036
	9B	10B	12.300	0.030	12.3000	0.0180	12.318	0.029
	10B	11B	0.500	0.030	0.5000	-0.009	0.490	0.035
	11B	1181PP	2.900	0.030	2.9000	-0.007	2.893	0.036
	1A	2A	12.200	0.030	12.2000	-0.022	12.177	0.033
	2A	3A	5.950	0.030	5.9500	-0.001	5.949	0.037
	5A	6A	12.150	0.030	12.1500	0.0151	12.165	0.031
	6A	7A	5.100	0.030	5.1000	-0.008	5.092	0.036
	9A	10A	12.400	0.030	12.4000	-0.025	12.375	0.030
	10A	11A	7.900	0.030	7.9000	0.0369	7.937	0.031
	1A	1B	9.600	0.030	9.6000	0.0023	9.602	0.038
	2A	2B	8.400	0.030	8.4000	-0.003	8.397	0.037
	3A	3B	14.250	0.030	14.2500	0.0011	14.251	0.037
	5A	5B	8.300	0.030	8.3000	-0.000	8.300	0.038
	6A	6B	8.000	0.030	8.0000	-0.007	7.992	0.036
	7A	7B	13.000	0.030	13.0000	0.0082	13.008	0.036
	9A	9B	7.350	0.030	7.3500	0.0021	7.352	0.038
	10A	10B	6.400	0.030	6.4000	0.0347	6.435	0.031
	11A	11B	14.400	0.030	14.4000	-0.036	14.363	0.031

### Ad 1D. Narady koordynacyjne z wykorzystaniem środków komunikacji elektronicznej

Nareszcie się stało!!! Z najwyższym uznaniem pochłonąłem w ręczny artykuł prezesa Zbigniewa Malinowskiego [5]. Z reguły wnioskodawcami o koordynację (wcześniej nazywano to uzgadnianiem) usytuowania projektowanych sieci lub przyłączy są umocowani przez inwestorów projektanci, którzy potrafią projektować obiekty budowlane na mapach numerycznych. Problematyka „zudowska” nurtowała mnie od 31 lat [4-

4], kiedy byłem kierownikiem pracowni geodezyjno-geotechnicznej dużego, renomowanego Biura Projektów Budownictwa Komunalnego w Rzeszowie. Pozwolę sobie wymienić publikacje popołnione przeze mnie nt. uzgodnień (koordynacji) – [4-12, 14, 25, 28, 29, 30, 31, 32, **34**, 36, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 48]. Za najbardziej istotne uważam dwie publikacje. Pierwsza to pozycja [4-34] – *Technologia projektowania obiektów budowlanych na mapach elektronicznych*, trzyczęściowy artykuł dedykowany branży budowlanej, opublikowany w 2006 roku w miesięczniku Polskiej Izby Inżynierów Budownictwa pt. „Inżynier budownictwa”. Druga zaś publikacja to pozycja [4-41] – *Propozycja nie do odrzucenia – uzgadnianie przez Internet projektów obiektów budowlanych w Zespołach Uzgadniania Dokumentacji Projektowej (ZUDP)* opublikowana w 2008 roku w miesięczniku „GEODETA”.

Kończąc kwestię projektowania i koordynacji, dodam, że cały projekt inwestycji powinien być kompletnie dopracowany przez projektanta (biuro projektów), przez co pojęcie **geodezyjnego opracowania projektu** straci rację bytu. Kompletnie dopracowany projekt powinien być poddany koordynacji w **całości**. No bo jak, sieci mają być prześwietlone i zatwierdzone, a pozostałe objekty nie muszą i mogą być realizowane dowolnie?

Mapa numeryczna z kompletnie dopracowanym projektem, może być wczytana do kontrolera odbiornika satelitarnego i w ten sposób projekt może być wytyczony z marszu.

### Uwagi końcowe

Aby nie przedłużać listu, proszę o rozważenie moich propozycji zawartych w [11] odnośnie włączania do wyrównań POS MNK „obserwacji pomiędzy punktami nawiązania”, oraz „certyfikacji programów obliczeniowych MNK” z tego powodu, że niektóre **programy** przyjmują do obliczeń MNK „obserwacje pomiędzy punktami nawiązania”, a inne je odrzucają.

Swego czasu skierowałem zapytania do urzędującej wówczas GGK, m. in. w sprawie certyfikacji i funkcjonujących w Polsce programów obliczeniowych MNK. Otrzymałem odpowiedź, którą uznałem za niezadowolającą, co odnotowane zostało w PS. na końcu publikacji [11].

### Literatura :

[1] Pietrzak Ludmiła i dyskutanci. 2018. „Czwarty narożnik budynku – jak zmierzyć?” *Przegląd Geodezyjny* 10/2018: 4-6.

- [2] Rozporządzenie Ministra Spraw Wewnętrznych i Administracji z dnia 9 listopada 2011 r. w sprawie standardów technicznych wykonywania geodezyjnych pomiarów sytuacyjnych i wysokościowych oraz opracowywania i przekazywania tych pomiarów do państwowego zasobu geodezyjnego i kartograficznego (Dz. U. Nr 263 poz. 1572).
- [3] Gajdek Jerzy. 2012. „Standardy na start”. *GEODETA* 1: 23.
- [4] Wykaz publikacji wraz z usystematyzowaniem zagadnień problematyki poruszanych zagadnień – [www.tg.zsku-rzeszow.edu.pl](http://www.tg.zsku-rzeszow.edu.pl) > zakładka materiały dla uczniów > okiem geodety > Wykaz ... (PDF) oraz inne artykuły w formacie PDF.
- [5] Malinowski Zbigniew. 2018. „iGeoZUD receptą na oszczędności”. *GEODETA* 10: 17.
- [6] Prószyński Witold. 1999. „Metoda najmniejszych kwadratów jako narzędzie współczesnej geodezji”. *Przegląd Geodezyjny* 4: 3.
- [7] Gajdek Jerzy. 2018. „Cała para idzie w gwizdek, więc problemy zostają – czas najwyższy z tym skończyć”. *Przegląd Geodezyjny* 8: 26.
- [8] Gajdek Jerzy. 2017. „Metoda najmniejszych kwadratów w obliczaniu błędów średnich mierzonych szczegółów terenowych – cd.”. *Przegląd Geodezyjny* 8: 20.
- [9] Dosek Adam. 2005. *Ekspertyza dotycząca zasad i dokładności pomiarów wykonywanych metodą biegunową i metodą domiarów prostokątnych przy pomocy nowoczesnego sprzętu pomiarowego oraz zasad wykorzystywania wyników tych pomiarów dla potrzeb ewidencji gruntów i budynków w nawiązaniu do obowiązującej instrukcji G-4 wykonana na zlecenie GUGiK*.
- [10] Kadaj Roman – instrukcja użytkownika programu GEONET cz. III – *Problematyka obliczeniowa poziomych osnów szczegółowych III klasy oraz osnów pomiarowych w układzie 2000*.
- [11] Gajdek Jerzy. 2018. „Współczesny rachunek wyrównawczy w świetle obowiązujących standardów technicznych”. *Przegląd Geodezyjny* 5: 15.
- [12] Rozporządzenie ministra administracji i cyfryzacji z dnia 14 lutego 2012 r. w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych DZ. U. RP z dnia 30 marca 2012 r. poz. 352.
- [13] GUGiK Wyjaśnienia w sprawie przepisów Rozporządzenia MSWiA z dnia 9 listopada 2011 r. Warszawa 29 sierpnia 2012 r.

PS. Odpowiem na wszystkie zapytania dotyczące poruszonych spraw w niniejszym artykule : [jgajdek@prz.edu.pl](mailto:jgajdek@prz.edu.pl) .